

## Influence des conditions aux limites électromagnétiques sur le seuil de l'instabilité dynamo

Raúl A. Avalos-Zúñiga<sup>1</sup>, Franck Plunian<sup>1</sup> & Agris Gailitis<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire des Ecoulements Géophysiques et Industriels, B.P. 53, 38041 Grenoble Cedex 9, France

<sup>2</sup>Institute of Physics, Latvian University, LV-2169 Salaspils 1, Riga, Latvia  
Franck.Plunian@hmg.inpg.fr

### Résumé :

Nous présentons une étude de l'influence des conditions aux limites électromagnétiques sur l'apparition de l'instabilité dynamo. Pour cela nous avons considéré les géométries des expériences de Riga et Karlsruhe. L'écoulement de la première expérience est constitué d'un mouvement hélicitaire à l'intérieur d'un cylindre, entouré dans un espace annulaire d'un écoulement axial opposé. Nous avons réalisé une analyse d'instabilité absolue identique à celle menée pour dimensionner l'expérience. Pour la seconde expérience notre modèle est fondé sur la théorie dynamo du champ moyen où l'action dynamo est produite par un effet alpha anisotrope. Nous avons mené une analyse d'instabilité linéaire. Pour les deux modèles nous avons considéré des parois d'épaisseur, de conductivité et de perméabilité différentes. Nous avons également considéré le cas d'un ferro-fluide. Les résultats obtenus présentent des informations utiles pour l'optimisation des nouvelles expériences de dynamo en cours de préparation.

### Abstract:

We present a study of the influence of the electromagnetic boundary conditions onto the onset of the dynamo instability. For that we have considered the geometries of the Riga and Karlsruhe experiments. The first one is based on an axisymmetric helical flow inside a cylinder that is surrounded by an annular space for the countercurrent axial flow. We have carried out an absolute instability analysis identical to the one done to determine the dimensions of the experiment. For the second experiment our model is based on the mean field dynamo theory where dynamo action is produced by an anisotropic alpha effect. We have carried out a linear instability analysis. For both models we considered walls with different thickness, conductivity and permeability. We also considered the case of a ferro-fluid. The results present useful information for the optimisation of the new dynamo experiments presently in preparation.

### Mots-clefs :

**Instabilité dynamo; Conditions aux limites ; Magnétohydrodynamique**

### 1 Introduction

Deux expériences de dynamo (en sodium liquide) ont fonctionné à ce jour, la première à Riga (Lettonie), Gailitis *et al.* (2000, 2001), et la deuxième à Karlsruhe (Allemagne), Stieglitz and Müller (2001). Ces deux expériences sont complémentaires à bien des égards. La première est mono-cellulaire (Fig.1) avec un mécanisme de dynamo basé sur une approche cinématique laminaire. La seconde est multicellulaire (Fig.2) avec une échelle de séparation entre l'écoulement et le champ magnétique conduisant à un effet alpha comme dans les dynamos turbulentes. La première produit un champ magnétique dépendant du temps tandis que la seconde produit un champ magnétique stationnaire. Finalement dans les deux cas les prévisions théoriques ont été en très bon accord avec les résultats expérimentaux nous incitant à poursuivre des investigations théoriques supplémentaires. Dans le présent article, nous nous intéressons à l'influence des conditions aux limites électromagnétiques sur le seuil de l'instabilité dynamo. Supposons par exemple qu'une couche externe de fluide au repos soit ajoutée autour du fluide en mouvement comme cela a été fait à Riga. Dans ce cas l'apparition de l'instabilité dynamo

est-elle favorisée ? Même question si le fluide au repos est remplacé par une paroi électroconductrice ou ferromagnétique (avec une perméabilité magnétique plus grande que la perméabilité du vide). Enfin, l'utilisation d'un ferro-fluide (comme il a été proposé récemment par Frick *et al.* (2002)) favorise-t-elle l'instabilité dynamo ? Les réponses à ces questions sont d'un grand intérêt pour la nouvelle génération d'expériences dynamo actuellement en cours de préparation (pour des revues sur les dynamos expérimentales, voir Gailitis *et al.* (2002) et Rädler and Cebers (2002)). En effet, ces nouvelles expériences n'ont pas une géométrie d'écoulement aussi bien optimisée que les deux précédentes. Par conséquent, la quantité de métal liquide en mouvement nécessaire pour obtenir l'instabilité dynamo est nécessairement plus grande. Cette quantité est même probablement sous-estimée par les prédictions numériques généralement fondées sur des approximations grossières comme la laminarité de l'écoulement alors que les nombres de Reynolds mis en jeu sont supérieurs à  $10^6$ . Par conséquent, l'intérêt de parois conductrices ou ferromagnétiques aussi bien que l'utilisation d'un ferro-fluide peut se révéler indispensable dans le succès de ces nouvelles expériences.

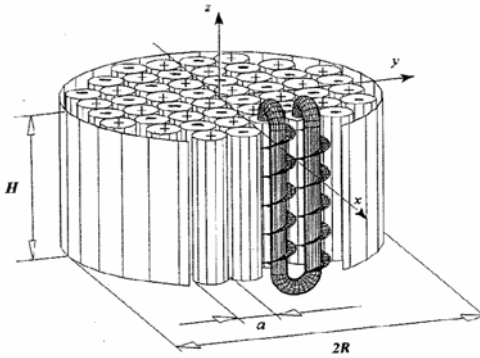


FIG. 1 – Expérience de Karlsruhe

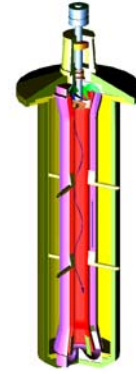


FIG. 2 – Expérience de Riga

## 2 Formulation du problème

Pour nos calculs nous considérons trois régions cylindriques coaxiales définies par leur rayon ( $r_1=R$ ;  $r_2=R+e$ ;  $r_3=+\infty$ ), leur conductivité ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ) et perméabilité ( $\mu_1, \mu_2, \mu_3$ ). La région 1 contient le fluide en mouvement, la région 2 la paroi conductrice (ou fluide au repos) et la région 3 l'air (isolant électrique,  $\sigma_3=0$ ) autour de l'expérience. Puisque nous nous intéressons au calcul du seuil de l'instabilité dynamo, il est suffisant de résoudre le problème cinématique où l'écoulement est considéré comme donné. Le champ magnétique  $\mathbf{B}$  doit satisfaire l'équation de l'induction

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{U} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\alpha \mathbf{B}) + (\mu \sigma)^{-1} \nabla^2 \mathbf{B}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (1)$$

avec les conditions aux limites  $\lim_{r \rightarrow +\infty} \mathbf{B} = \lim_{z \rightarrow \pm\infty} \mathbf{B} = 0$  et où le champ de vitesse  $\mathbf{U}$  et le tenseur  $\alpha$  ne peuvent être non nuls que dans la région 1. Le tenseur  $\alpha$  correspond à une force électromotrice moyenne linéaire et homogène en  $\mathbf{B}$  résultant d'une séparation entre les petites échelles de l'écoulement et celle du champ magnétique (échelle de l'expérience). Dans ce cas les quantités  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{U}$  sont des quantités moyennes (Kraüse and Rädler (1980)). Dans l'expérience de Riga la vitesse  $\mathbf{U}$  est définie par  $\mathbf{U}_0 = (0, \omega r, \chi \omega r_0)$  pour  $r \leq r_0$  et  $\mathbf{U}_1 = (0, 0, -\chi \omega r_0 / [(R/r_0)^2 - 1])$  pour  $r_0 < r \leq R$ . Cela définit une région 0, cylindrique, de rayon  $r=r_0$  avec une vitesse différente de celle de la région 1 mais avec les mêmes conductivité électrique  $\sigma_0 = \sigma_1$  et perméabilité magnétique  $\mu_0 = \mu_1$  (car c'est le même fluide). Le tenseur  $\alpha$  est nul en première approximation pour l'expérience de Riga. En effet les seules petites échelles de vitesse qu'on peut considérer sont celles de la turbulence et les courants induits par celles-ci sont négligeables par rapport à

ceux induits par l'écoulement moyen. Pour l'expérience de Karlsruhe, l'écoulement est forcé à petite échelle de manière à ce que l'écoulement moyen  $\mathbf{U}$  soit nul. Dans ce cas, le tenseur  $\alpha$  s'écrit  $\alpha_{ij} = \alpha_{\perp}(\delta_{ij} - e_i e_j)$ . Ceci correspond à un effet alpha anisotrope du fait des symétries de l'écoulement. Par ailleurs, dans l'expression de  $\alpha$  ci-dessus, on a négligé la contribution des dérivées de  $\mathbf{B}$  dans le calcul de la force électromotrice moyenne entraînant une erreur inférieure à 10 % (Rädler *et al.* (2001), Plunian and Rädler (2002)). Dans les deux problèmes l'écoulement est considéré comme indépendant de  $z$ , axisymétrique et indépendant du temps. Par conséquent, une solution particulière de (1) est de la forme

$$\mathbf{B}_{\mathbf{mk}}(r, \theta, z, t) = \mathbf{b}(r) e^{pt+im\theta+ikz}, \quad (2)$$

où  $p$  est le taux de croissance (complexe),  $m$  et  $k$  les nombres d'onde azimutal et vertical. La superposition de tous les modes  $\mathbf{B}_{\mathbf{mk}}$  est égale à la solution générale de (1) à laquelle les conditions limites s'appliquent. En fait, afin de simplifier les calculs, nous remplacerons la condition  $\lim_{z \rightarrow \pm\infty} \mathbf{B} = 0$  par l'absence de courant axial en  $z = \pm H/2$  (frontière non conductrice). Cela permet de ne garder que la superposition de deux modes  $\mathbf{B}_{\mathbf{mk}}$  comme nous l'expliquons plus loin. Les composantes normale de  $\mathbf{B}_{\mathbf{mk}}$ , tangentielles de  $\mathbf{B}_{\mathbf{mk}}/\mu$  et la composante en  $z$  du champ électrique  $\mathbf{E}_z = (\sigma\mu)^{-1}(\nabla \times \mathbf{B})_z$  sont continues à travers chaque interface  $r=r_0$  (seulement pour Riga),  $r=r_1$  et  $r=r_2$ . Ces relations sont suffisantes pour décrire les conditions aux limites radiales du problème. Nous trouvons un système de huit équations pour la dynamo de Karlsruhe et douze pour celle de Riga. La solution est non triviale si le déterminant du système est égal à zéro. Cela s'écrit sous la forme :

$$F(R_m \text{ ou } R_\alpha, m, k, p, \text{ paramètres géométriques}) = 0 \quad (3)$$

où  $R_m$  et  $R_\alpha$  sont des nombres de Reynolds magnétique définis par  $R_m = \sigma_1 \mu_1 r_0 |\mathbf{U}_0|_{\max}$  pour la dynamo de Riga et  $R_\alpha = \sigma_1 \mu_1 \alpha_{\perp} R$  pour la dynamo de Karlsruhe. Les résultats seront cherchés pour  $\sigma_3 = 0$ . Ils seront exprimés en fonction des quantités sans dimension suivantes :  $s = \sigma_2 / \sigma_1$ ,  $q = \mu_1 / \mu_3$  et  $n = \mu_2 / \mu_3$ . Le seuil dynamo correspond à  $\text{Re}\{p\} = 0$  pour lequel  $R_m$  ou  $R_\alpha$  est calculé pour différentes valeurs des paramètres  $m$ ,  $e/R$ ,  $s$ ,  $q$ ,  $n$  et pour  $k$  défini de manière à satisfaire les conditions aux limites axiales (voir ci-dessous). L'équation (3) doit être résolue numériquement et, comme n'importe quelle équation transcendante, elle a un nombre infini de racines complexes. Dans la mesure où tous les modes  $\mathbf{B}_{\mathbf{mk}}$  vérifient (3) alors forcément la condition  $\lim_{r \rightarrow \pm\infty} \mathbf{B} = 0$  est également satisfaite (car  $\mathbf{B}$  est égal à la superposition infinie des modes  $\mathbf{B}_{\mathbf{mk}}$ ). Quant aux conditions aux limites axiales ( $\lim_{z \rightarrow \pm\infty} \mathbf{B} = 0$  et  $\mathbf{E}_z = (\sigma\mu)^{-1}(\nabla \times \mathbf{B})_z = 0$  en  $z = \pm H/2$ ), elles ne peuvent pas être satisfaites individuellement par chaque mode  $\mathbf{B}_{\mathbf{mk}}$  et doivent donc être, en toute rigueur, appliquées directement à  $\mathbf{B}$ . Au lieu de faire cela, relativement lourd à traiter numériquement, nous recherchons une solution approximative de  $\mathbf{B}$  s'écrivant comme la superposition de seulement deux solutions particulières  $\mathbf{B}_1$  et  $\mathbf{B}_2$  qui ont le même taux de croissance  $p$  et avec des nombres d'onde  $k_1$  et  $k_2$  vérifiant

$$k_1 - k_2 = 2\pi/H. \quad (4)$$

Si en outre les deux solutions ont le même profil radial la condition  $\mathbf{E}_z = (\sigma\mu)^{-1}(\nabla \times \mathbf{B})_z = 0$  en  $z = \pm H/2$  est satisfaite, ce qui est une approximation suffisante pour les expériences actuelles (conditions isolantes aux extrémités inférieures et supérieures de l'expérience). Avec une telle approximation le problème pour l'expérience de Karlsruhe est plus facile à résoudre. En effet,

l'écoulement étant symétrique par rapport au plan  $z = 0$ , les solutions pour  $k = \pm\pi/H$  ont le même taux de croissance  $p$ . Par conséquent l'équation (3) peut être écrite en variables réelles, le taux de croissance  $p$  est réel et le champ est continu. Dans ce cas on résout (3) afin de trouver le  $R_\alpha$  critique pour lequel  $p = +0$ . Pour le calcul nous avons pris  $H/R = 1$ . Pour l'expérience de Riga le calcul est plus compliqué (et plus long à expliquer) pour deux raisons. D'abord l'écoulement intérieur est en rotation unidirectionnelle impliquant la rotation du champ magnétique autour de l'axe vertical de symétrie. Par conséquent le champ est un champ alternatif et le taux de croissance  $p$  est toujours complexe. Si  $R_m$  n'est pas assez grand, alors n'importe quelle solution particulière décroît au cours du temps ( $\max_k(\text{Re}\{p(k)\}) < 0$ ). En augmentant  $R_m$ ,  $\max_k(\text{Re}\{p(k)\})$  augmente également et change de signe pour une certaine valeur  $R_{m0}$  de  $R_m$ . Il existe alors un intervalle de  $k$  où  $\text{Re}\{p(k)\} > 0$ . Par ailleurs (deuxième raison) en changeant la direction de l'écoulement axial on n'obtient pas les mêmes résultats. Ceci implique que pour  $R_m = R_{m0}$  il n'y a aucun intervalle de  $-k$  où  $\text{Re}\{p(-k)\} > 0$ . Ceci implique que dans l'intervalle de  $k$  ci-dessus la vitesse de groupe  $V_G = i\partial p / \partial k$  est non nulle. Par conséquent, bien que  $\text{Re}\{p\} > 0$  nous ne pouvons pas trouver deux valeurs de  $k$  pour lesquelles  $p(k)$  sont les mêmes. Maintenant en prêtant attention à la solution la plus instable  $\max_k(\text{Re}\{p(k)\})$ , elle ne peut pas satisfaire (4) car elle est seule et par conséquent il ne peut pas y avoir de génération permanente de champ. En effet, toute perturbation d'origine extérieure qui va croître se déplacera à travers le dispositif et le quittera sans réflexion en atteignant l'extrémité du dispositif. Dans ce cas, pour obtenir un champ permanent, ce dernier doit être entretenu en permanence par une perturbation à l'autre extrémité de l'expérience. Dans cette situation le dispositif fonctionne alors comme un amplificateur et non comme un vrai générateur dynamo. Cette instabilité est de type convective. En augmentant d'avantage  $R_m$ , cette instabilité devient absolue dès que  $V_G = 0$  à l'une des bornes de l'intervalle  $k$  où  $\text{Re}\{p(k)\} > 0$ . Dans ce cas singulier ( $R_m = R_{m1} > R_{m0}$ ), l'instabilité absolue se produit dans un dispositif hypothétique de hauteur  $H$  infinie. En augmentant encore  $R_m (> R_{m1})$ , on obtient une instabilité absolue pour un dispositif de hauteur finie. Dans ce cas il y a deux solutions satisfaisant (3) (une pour  $k = k_1$ , l'autre pour  $k = k_2$ ) ayant le même  $p$  et satisfaisant (4). En fait dans nos calculs  $V_G = 0$  pour une certaine valeur complexe de  $k$ ,  $k_1$  et  $k_2$  étant également deux nombres complexes différant par leurs parties réelles (Gailitis 1990). Le champ magnétique  $\mathbf{B}_{k1} + \mathbf{B}_{k2}$  est alors une onde stationnaire déformée (car  $\text{Im}\{k_1\} = \text{Im}\{k_2\} \neq 0$ ), amortie aux deux extrémités du dispositif et en rotation autour de l'axe de symétrie. Cette méthode a été appliquée pour faire les prédictions théoriques de l'expérience de Riga (Gailitis 1990) et nous l'appliquons encore une fois pour les calculs ci-dessous avec les valeurs de  $r_0$ ,  $R$ ,  $H$  et  $\chi$  correspondant à l'expérience de Riga (Gailitis *et al.* (2000)).

### 3 Résultats

#### 3.1. Expérience de Riga

$R_m$  désigne désormais le nombre de Reynolds magnétique critique absolu au-delà duquel l'instabilité absolue apparaît. Le mode azimutal dominant est  $m=1$ . A la Fig.3,  $R_m$  est tracé en fonction de  $\log_{10}(s)$  pour  $n=q=1$  et pour différentes épaisseurs de paroi  $e/R$ . Nous voyons immédiatement que  $R_m$  n'est pas monotone en  $s$  ni en  $e/R$ . Pour des valeurs asymptotiques de  $s$ ,  $R_m$  est indépendant de  $e/R$ . Nous trouvons  $\lim_{s \rightarrow 0} R_m = 41$  et  $\lim_{s \rightarrow +\infty} R_m = 31.5$ . Pour n'importe quelle valeur de  $s$ ,  $R_m$  a une limite quand  $e/R \rightarrow +\infty$  (courbe a). Pour  $s=1$  il y a une diminution monotone de  $R_m$  à mesure que  $e/R$  augmente. Pour  $e/R=86\%$  (courbe b) et pour  $s=1$  nous trouvons  $R_m=18.2$ . Le seuil minimum est  $\min_{s,e/R}(R_m) \approx 17.7$ . Il s'avère que c'est finalement un bon choix de mettre à l'extérieur de l'expérience ( $R < r < R+e$ ) du liquide au repos de même conductivité que le liquide intérieur en mouvement comme il a été réalisé à Riga ( $s=1$  et  $e/R=86\%$ ). A la Fig.4  $R_m$  est représenté en fonction de  $\log_{10}(q)$  pour  $s=n=1$ . Cela correspond à un fluide de perméabilité différente de celle du vide, obtenue par exemple avec des particules

ferromagnétiques (Frick *et al.* (2002)). Les courbes correspondent à plusieurs valeurs de  $e/R$ . Quelque soit ces dernières, on constate que  $R_m$  n'est pas indépendant de  $q$  et que  $R_m(q=10^3) \sim 2R_m(q=1)$ . Par conséquent,  $R_m = O(q^0)$ , soit  $\sigma_1 \mu_3 |\mathbf{U}_0|_{\max} R = O(q^1)$ . Par conséquent l'utilisation d'un fluide de forte perméabilité est intéressante pour obtenir l'instabilité dynamo mais pas autant que ce qu'un raisonnement simple ( $R_m$  indépendant de  $q$ ) pouvait le prévoir.

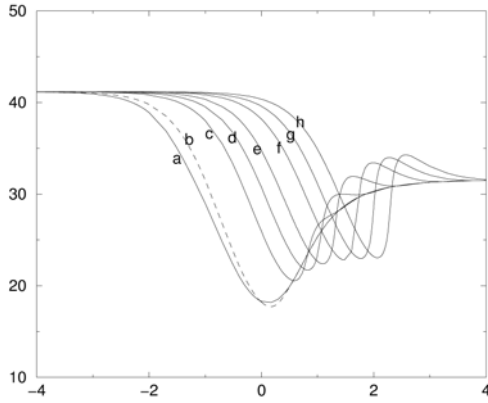


FIG. 3 –  $R_m$  en fonction de  $\log_{10}(s)$  ( $n=q=1$ ). Pour la courbe (a)  $e/R=\infty$ , (b)86%, (c)20%, (d)10%, (e)5%, (f)2%, (g)1% et (h)5%.

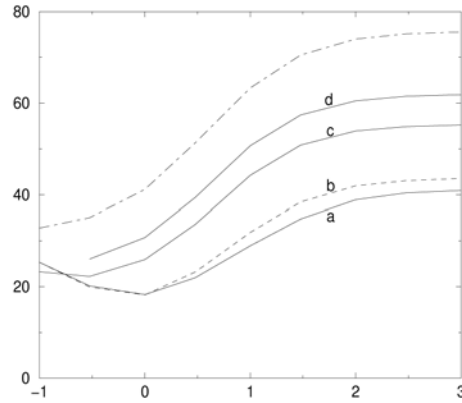


FIG. 4 –  $R_m$  en fonction de  $\log_{10}(q)$  ( $s=q=1$ ). Les étiquettes correspondent à celles mentionnées dans la FIG. 3. La ligne point - tirt correspond à  $e/R=0$ .

### 3.2. Expérience de Karlsruhe

A nouveau le mode azimutal  $m=1$  est dominant. Nous avons trouvé que le champ magnétique est stationnaire (taux de croissance  $p$  réel). La valeur de  $R_\alpha$  critique est notée  $R_\alpha$ . Elle est représentée à la Fig.5 en fonction de  $s$  pour  $n=q=1$  (pointillés) et en fonction de  $n$  pour  $s=q=1$  (lignes continues) pour différentes valeurs de  $e/R$ . Contrairement aux résultats précédents (Fig.3),  $R_\alpha$  est monotone en  $s$  et en  $e/R$  pour  $n=q=1$ . On trouve que  $\lim_{s \rightarrow 0} R_\alpha = 4,8$ . Pour  $s=q=1$ ,  $R_\alpha$  est également monotone en  $n$  mais pas en  $e/R$ . Pour  $e/R \geq 1$ , les courbes fusionnent en une seule (ligne épaisse marquée  $\geq 0$ ) révélant que  $F(s, n=q=1) = F(n, s=q=1)$  pour  $e/R \rightarrow \infty$ . A la Fig.6,  $R_\alpha$  est représenté en fonction de  $\log_{10}(q)$  pour  $s=n=1$  et différentes valeurs de  $e/R$ . Encore une fois nous constatons que  $R_\alpha = O(q^0)$ .

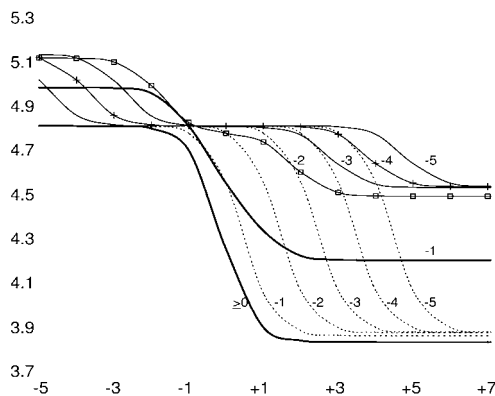


FIG. 5 –  $R_\alpha$  en fonction de  $\log_{10}(s)$  ( $n=q=1$ ) en pointillés et  $R_\alpha$  en fonction de  $\log_{10}(n)$  ( $s=q=1$ ) lignes continues. Les étiquettes indiquent  $\log_{10}(e/R)$ .

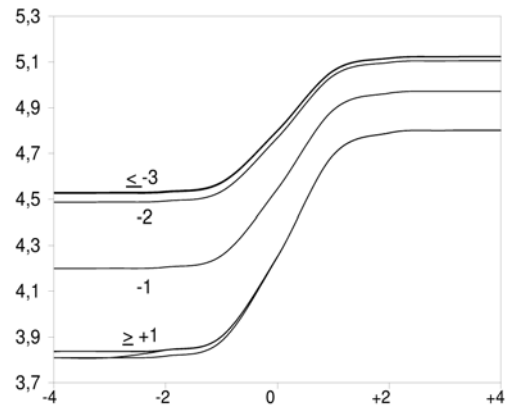


FIG. 6 –  $R_\alpha$  en fonction de  $\log_{10}(q)$  ( $s=q=1$ ). Les étiquettes indiquent  $\log_{10}(e/R)$ .

## 4 Conclusions

Ajouter une couche de fluide au repos autour de l'expérience de Karlsruhe est moins intéressant que pour l'expérience de Riga. En effet cela réduirait le seuil de l'instabilité dynamo au plus par un facteur 10,4% pour l'expérience de Karlsruhe et 56% pour l'expérience de Riga ( $e/R=86\%$ ). Si on remplaçait la couche de fluide au repos par une paroi conductrice (quelque soit l'épaisseur et la perméabilité de la paroi), cela réduirait le seuil au plus par un facteur 20% pour l'expérience de Karlsruhe et 57% pour l'expérience de Riga. Enfin l'utilisation d'un ferrofluide avec une perméabilité relative  $q$  conduit à  $R_m$ (ou  $R_\alpha$ )= $O(q^0)$  pour les deux expériences bien que  $R_m$  et  $R_\alpha$  ne soient pas indépendants de  $q$ .

## Remerciements

R. Avalos-Zuñiga bénéficie d'une bourse CONACYT du Mexique.

## Références

- Frick, P., Khripchenko, S., Denisov, S., Pinton, J.-F., Sokolov, D. 2002 Effective magnetic permeability of a turbulent fluid with macroferroparticles *Eur. Phys. J. B/Fluids* **25**, 399-402.
- Gailitis, A. 1990 The helical MHD Dynamo in Topological Fluid Dynamics edited by H.K. Moffatt and A. Tsinober (Cambridge University Press, Cambridge).
- Gailitis, A., Lielausis O., Dementiev, S., Platacis E., Cifersons, A., Gerbeth, G., Gundrum, h., Stefani, F., Christen, M., Hänel, H., Will G. 2000. Detection of a flow induced magnetic field eigenmode in the Riga dynamo facility *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 4365-4368.
- Gailitis, A., Lielausis O., Platacis, Dementiev, S., Cifersons, A., Gerbeth, G., Gundrum, h., Stefani, F., Christen, M., Will G. 2001 Magnetic field saturation in the Riga dynamo experiment *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 3024- 3027.
- Gailitis, A., Lielausis O., Platacis, E., Gerbeth, G., Stefani, F. 2002 Laboratory experiments on hydromagnetic dynamos. *Reviews of Modern Physics*, **74**, 973-990.
- Krause, F. and Rädler, K.-H. 1980 Mean Field Magnetohydrodynamics and Dynamo Theory Pergamon Press.
- Plunian, F. and Rädler, K.-H. 2002 Subharmonic dynamo action in the Roberts flow *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics* **96**(2), 115-133.
- Rädler, K.-H., Rheinhardt, M., Apstein, E., Fuchs, H. On the mean field theory of the Karlsruhe experiment 2001 *Nonlinear Processes in Geophysics* **9**, 171-187.
- Rädler, K.-H. and Cebers, A. 2002 editors of the Special issue on MHD Dynamo Experiments *Magnetohydrodynamics* **28**, No.1-2.
- Stieglitz, R. and Müller, U. 2001 Experimental demonstration of a homogeneous two-scale dynamo *Phys. Fluids* **13**(3), 561-564.